



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Γ.Π. ΠΑΠΑΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΑΣΚΗΣΗ 3

STATE SPACE DESIGN

Επιμέλεια Άσκησης:
Α. Χ. Χαραλαμπίδης, Υ.Δ.

Θεωρήστε την πειραματική διάταξη του Ανεστραμμένου Εκκρεμούς. Μία γραμμική προσέγγιση ενός ανάλογου συστήματος στην περιοχή λειτουργίας του δίνεται από τις ακόλουθες εξισώσεις κατάστασης, όπου με x συμβολίζουμε την οριζόντια μετατόπιση της βάσης του εκκρεμούς και θ τη γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφο, ενώ u η είσοδος (δύναμη) και y η έξοδος (υποθέτουμε ότι μετράμε μετατόπιση και περιστροφή αλλά όχι τις ταχύτητες).

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} u, \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

A) Να ελεγχθεί αν το σύστημα είναι ευσταθές, ελέγξιμο και παρατηρήσιμο.

Για τα ερωτήματα B-Δ θεωρούμε ότι έχουμε στη διάθεσή μας το x .

B) Έστω ότι επιθυμούμε με νόμο ελέγχου της μορφής $u = -kx$ να μετακινήσουμε τις ιδιοτιμές ώστε όλες να βρίσκονται στο αριστερό ημιεπίπεδο. Επιπλέον θέλουμε οι δύο πόλοι (σε κλειστό βρόχο) με το μεγαλύτερο πραγματικό μέρος να έχουν συντελεστή απόσβεσης το πολύ 0.5, και αν ξεκινήσουμε από την αρχική συνθήκη $x_0 = [-0.2 \quad -0.06 \quad 0.01 \quad 3]^T$, καμία συνιστώσα του διανύσματος κατάστασης να μην ξεπερνά κατά απόλυτη τιμή το 0.015 από τη χρονική στιγμή 2 και ύστερα. Να βρεθεί κατάλληλη μήτρα K .

Γ) Να περιγράψετε το σύνολο των διανυσμάτων κατάστασης στα οποία μπορεί με κατάλληλη είσοδο το σύστημα να ισορροπεί μόνιμα.

Δ) Έστω ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε το σύστημα ώστε ο χειριστής να μπορεί να θέτει ως στόχο μία συγκεκριμένη θέση, έστω $v(t)$, και το βαγόνι να μετακινείται ασυμπτωτικά προς αυτήν όταν είναι σταθερή. Βρείτε κατάλληλο νόμο ελέγχου της μορφής $u = -Kx + \dot{v}$. Αν γνωρίζαμε ακριβώς την αρχική κατάσταση και επιθυμούσαμε μία συγκεκριμένη τελική θέση, θα μπορούσαμε στην πράξη και με παρουσία διαταραχών να βρούμε κατάλληλη είσοδο $u = g(t)$ που να πετυχαίνει στο στόχο;

Στα υπόλοιπα ερωτήματα έχουμε ως στόχο να διαπιστώσουμε κατά πόσο η προηγούμενη σχεδίαση μπορεί να μας βοηθήσει να πετύχουμε τους στόχους μας με πιο ρεαλιστικές υποθέσεις. Για το σκοπό αυτό κρατήστε σταθερή τη μήτρα K που χρησιμοποιήσατε στα προηγούμενα ερωτήματα.

E) Αν δεν έχουμε στη διάθεσή μας το x αλλά μόνο την έξοδο y , σχεδιάστε ασυμπτωτικό παρατηρητή ώστε οι ιδιοτιμές να έχουν όλες πραγματικό μέρος το λιγότερο -10 και το πολύ -2.. Επηρεάζει ο ασυμπτωτικός παρατηρητής την ευστάθεια του συστήματος; Να βρείτε την απόκριση του συστήματος από την ίδια αρχική συνθήκη με προηγουμένως, αν ο παρατηρητής ξεκινά με μηδενικές αρχικές συνθήκες και ο ελεγκτής

είναι αυτός του ερωτήματος Β. Δοκιμάστε και πλήρους και μειωμένης τάξης παρατηρητή. Αν το σύστημα ήταν μη γραμμικό, η ύπαρξη παρατηρητή κατάστασης θα μπορούσε να επηρεάσει την ευστάθεια του συστήματος;

ΣΤ) Υποθέτουμε ότι λόγω ατελειών του συστήματος η μήτρα Α του συστήματος είναι διαφορετική, και αντί για 20.6 και -0.5 έχει 20.9 και -0.9, και η μήτρα Β όπου 0.5 έχει 0.6. Θέλουμε να δούμε πώς θα συμπεριφερθούν οι ελεγκτές/παρατηρητές των προηγούμενων ερωτημάτων. Παραμένει το σύστημα ευσταθές; Πώς επηρεάζεται η μεταβατική απόκριση; Ο ελεγκτής του ερωτήματος Δ εξακολουθεί να λειτουργεί χωρίς σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση; Αν όχι να δοκιμάσετε ελεγκτή της μορφής

$$u(t) = f(x(t), v(t), \int_0^t (x(t) - v(t)) dt) \text{ ώστε για τιμές του τέταρτου στοιχείου του Β από 0.4}$$

ως 0.6 να έχουμε ευστάθεια και μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης (μπορείτε να αποδείξετε την ορθότητα της σχεδιάσής σας είτε αναλυτικά είτε μέσω αρκετών προσομοιώσεων).

Τα επόμενα ερωτήματα έχουν στόχο να μελετηθούν τα ψηφιακά συστήματα ελέγχου. Για τους σκοπούς της άσκησης αυτής θα θεωρήσουμε ότι η έξοδος (μετατόπιση και γωνία) δειγματοληπτούνται περιοδικά ενώ υπάρχει και κβαντισμός. Η περίοδος δειγματοληψίας μπορεί να είναι 0.02sec, 0.1sec ή 1sec ενώ το βήμα του κβαντισμού μπορεί να είναι (για το x και το θ αντίστοιχα) (0.01m, 0.01 rad) (0.1m, 0.01 rad) ή (0.01m, 0.1rad). Θα κάνετε δοκιμές και για τους εννέα συνδυασμούς αλλά μόνο για τα αρχικά Α, Β.

Ζ) Αν δεν τροποποιήσουμε το σύστημα ελέγχου καθόλου, είναι εξασφαλισμένο ότι ο παρατηρητής θα εξακολουθήσει να λειτουργεί; Πώς πρέπει να τροποποιηθεί η σχεδιάσή του ώστε να γνωρίζουμε ότι θα έχουμε ευστάθεια; Υπάρχει περίπτωση λόγω της δειγματοληψίας να καταστεί αδύνατο να σχεδιάσουμε τον παρατηρητή; Για το ερώτημα αυτό αγνοείτε τον κβαντισμό.

Η) Να δοκιμαστούν (να βρεθούν οι μεταβατικές αποκρίσεις αλλά και τα σφάλματα μόνιμης κατάστασης) οι ελεγκτές των ερωτημάτων Β και ΣΤ (ο δεύτερος με $v=1$ σταθερά) με κβαντισμό και περιοδική δειγματοληψία.